福州高级中学2022-2023学年高三数学科校本作业
上学期周练八

班级：_____姓名：________________座号:_____

一、单选题

1. 已知集合 $A=\left\{x\left|\frac{-1}{x+1}<x\right.\right\},\left\{x\left|y=\log_2\sqrt{4-x}\right.\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{x|-4<x<1\}$　B. $\{x|-1<x<4\}$　C. $\{x|1<x<4\}$　D. $\{x|x\geq -1\}$

2. 若复数 z 满足 $\left|z-1+\sqrt{3}\mathrm{i}\right|=3$，则 $|z|$ 的最大值为（　　）

A. 1　B. 2　C. 5　D. 6

3. 已知“$m\leq t$”是“$x^2+y^2+\sqrt{3}x-\sqrt{m}y+m=0$”表示圆的必要不充分条件，则实数 t 的取值范围是（　　）

A．$(-1,+\infty)$　B．$[1,+\infty)$　C．$(-\infty,1)$　D．$(-\infty,-1)$

4. 德国数学家米勒曾提出最大视角问题，这一问题一般的描述是：已知点 A、B 是 $\angle MON$ 的 ON 边上的两个定点，C 是 OM 边上的一个动点，当 C 在何处时，$\angle ACB$ 最大？问题的答案是：当且仅当 $\triangle ABC$ 的外接圆与边 OM 相切于点 C 时，$\angle ACB$ 最大．人们称这一命题为米勒定理．已知点 P、Q 的坐标分别是（2，0），（4，0），R 是 y 轴正半轴上的一动点，当 $\angle PRQ$ 最大时，点 R 的纵坐标为（　　）

A．1　B．$\sqrt{2}$　C．$2\sqrt{2}$　D．2

5. 已知 $\alpha,\beta\in(0,\pi)$，且 $\tan\alpha=\frac{\cos 2\beta-1}{\sin 2\beta}=2$，则 $\cos(\alpha-\beta)=$（　　）

A. $-\frac{4}{5}$　B. $-\frac{3}{5}$　C. $\frac{3}{5}$　D. $\frac{4}{5}$

6. 已知 $\vec{e_1},\vec{e_2}$ 为单位向量，满足 $\left|\vec{e_1}-\vec{e_2}\right|=\left|2\vec{e_1}-\vec{a}\right|=1$，则 $\left|\vec{a}-\vec{e_2}\right|$ 的最小值为（　　）

A. $\sqrt{3}-1$　B. $\sqrt{3}$　C. $\sqrt{7}-1$　D. $\sqrt{7}$

7. 椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$）的焦点分别为 $F_1(-c,0)$ 和 $F_2(c,0)$, $M\left(x_1,\frac{2b}{c}\right)$ 为

C上一点，且$\triangle MF_1F_2$的内心为$I\left(x_2,1\right)$，则椭圆C的离心率为（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{3}{5}$

8. 已知函数$f(x)=\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}-2\cos x$，若不相等的实数$a$，$b$，$c$成等比数列，$R=f(\frac{a+c}{2})$，$S=f(b)$，$T=f(0)$，则$R$、S、$T$的大小关系为（　　）

A. $R<S<T$　　B. $T<R<S$　　C. $S<R<T$　　D. $T<S<R$

二、多选题

9. 某市有A，B，C，D四个景点，一位游客来该市游览，已知该游客游览A的概率为$\frac{2}{3}$，游览B，C，D的概率都是$\frac{1}{2}$，且该游客是否游览这四个景点相互独立.用随机变量X表示该游客游览景点的个数，下列说法正确的是（　　）

A. 该游客至多游览一个景点　概率为$\frac{1}{4}$　　B. $P\left(X=2\right)=\frac{3}{8}$

C. $P\left(X=4\right)=\frac{1}{24}$　　D. $E\left(X\right)=\frac{13}{6}$

10. 设有一组圆C_k：$(x-k)^2+(y-k)^2=4\ (k\in R)$，下列命题正确的是（　　）

A．不论k如何变化，圆心C始终在一条直线上　　B．所有圆C_k均不经过点$(3,0)$

C．经过点$(2,2)$的圆C_k有且只有一个　　D．所有圆的面积均为4

11. 将函数$f\left(x\right)=\cos\left(\omega x-\frac{\pi}{2}\right)\left(\omega>0\right)$　图象向右平移$\frac{\pi}{2}$个单位长度后得到函数$g\left(x\right)$的图象，且$g\left(0\right)=-1$，则下列说法正确的是（　　）

A. $g\left(x\right)$为奇函数　　B. 当$\omega=5$时，$g\left(x\right)$在$\left(0,\pi\right)$上有4个极值点

C. $g\left(-\frac{\pi}{2}\right)=0$　　D. 若$g\left(x\right)$在$\left[0,\frac{\pi}{5}\right]$上单调递增，则$\omega$的最大值为5

12. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,\frac{a_{n+1}}{a_n}=a_n+\frac{1}{a_n}$，则（　　）

A．$a_{n+1}\geq 2a_n$　B．$\left\{\frac{a_{n+1}}{a_n}\right\}$是递增数列　C．$\{a_{n+1}\text{-}4a_n\}$是递增数列　D．$a_n\geq n^2-2n+2$

三、填空题

13. 已知圆$C: x^2+y^2-4x=0$，过点$M(1,1)$的直线被圆截得的弦长的最小值为____

14. 过点$P(1,1)$作斜率为$k\ (k\geq 0)$的直线交椭圆$E: \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$于$A,B$两点，若$E$上存在相异的两点$C,D$使得$\frac{|CA|}{|CB|}=\frac{|DA|}{|DB|}=\frac{|PA|}{|PB|}$，则$\triangle CDP$外接圆半径的最小值为___.

15. 已知函数$f(x)$满足$f(x+3)=f(1-x)+9f(2)$对任意$x\in \mathrm{R}$恒成立，又函数$f\left(x+9\right)$的图象关于点$(-9,0)$对称，且$f(1)=2022$，则$f(45)=$________.

16.已知函数$f(x)=x^2-ax+7-a$，若$f(x)<0$只有一个正整数解，则实数a的取值范围为__________.

四、解答题

17. 根据社会人口学研究发现，一个家庭有X个孩子的概率模型为：

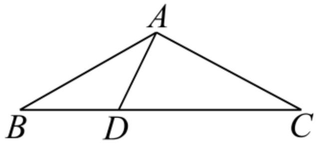
X	1	2	3	0
概率	$\frac{\alpha}{p}$	α	$\alpha\left(1-p\right)$	$\alpha\left(1-p\right)^2$

其中$\alpha>0$，$0<p<1$．每个孩子的性别是男孩还是女孩的概率均为$\frac{1}{2}$且相互独立，事件A_i表示一个家庭有i个孩子$\left(i=0,1,2,3\right)$，事件B表示一个家庭的男孩比女孩多(例如：一个家庭恰有一个男孩，则该家庭男孩多．)

（1）若$p=\frac{1}{2}$，求α，并根据全概率公式$P(B)=\sum_{i=0}^{3}P\left(B|\ A_i\right)P\left(A_i\right)$，求$P\left(B\right)$；

（2）为了调控未来人口结构，其中参数p受到各种因素的影响(例如生育保险的增加，教育、医疗福利的增加等)．①若希望$P\left(X=2\right)$增大，如何调控p　值？②是否存在p的值使得$E\left(X\right)=\frac{5}{3}$，请说明理由．

18.在① $AB=2\sqrt{5}$，② $\angle ADB=135°$，③ $\angle BAD=\angle C$ 这三个条件中任选一个，补充在下面的问题中，使得问题成立，并求 BD 的长和 $\triangle ABC$ 的面积．如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 为 BC 边上一点，$AD\perp AC, AD=1, \sin\angle BAC=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，_______，求 BD 的长和 $\triangle ABC$ 的面积．注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．



19. 在平面直角坐标系中，已知 $A_1(-1,0)$，$A_2(1,0)$，$M(x,y)$，$x>0$，点 M 满足 $k_{MA_1}.k_{MA_2}=3$，记 M 的轨迹为 C．（1）求 C 的方程；（2）过点 $P\left(\dfrac{1}{2},0\right)$ 作两条互相垂直的直线 l_1 和 l_2，直线 l_1 与 C 相交于两个不同的点 A 和 B，在线段 AB 上取点 Q，满足 $\dfrac{|AQ|}{|QB|}=\dfrac{|AP|}{|PB|}$，直线 l_2 交直线 $x=2$ 于点 R，试问 $\triangle PQR$ 面积是否存在最小值？若存在，求出最小值；若不存在，说明理由．