

## 专题检测（二十一） 函数、导数与不等式

### 大题专攻强化练

1. (2019·贵州省适应性考试)函数  $f(x)=x-\ln x$ ,  $g(x)=ae^x$ .

(1)求函数  $f(x)$  的单调区间;

(2)求证: 当  $a \geq \frac{1}{e}$  时,  $xf(x) \leq g(x)$ .

2. (2019·北京高考)已知函数  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - x^2 + x$ .

(1)求曲线  $y=f(x)$ 的斜率为 1 的切线方程;

(2)当  $x \in [-2, 4]$ 时, 求证:  $x-6 \leq f(x) \leq x$ ;

(3)设  $F(x) = |f(x) - (x+a)| (a \in \mathbf{R})$ , 记  $F(x)$ 在区间  $[-2, 4]$ 上的最大值为  $M(a)$ . 当  $M(a)$ 最小时, 求  $a$  的值.

3. 设函数  $f(x) = 2\ln x - mx^2 + 1$ .

(1) 讨论函数  $f(x)$  的单调性;

(2) 当  $f(x)$  有极值时, 若存在  $x_0$ , 使得  $f(x_0) > m - 1$  成立, 求实数  $m$  的取值范围.

4. (2019·武汉市调研测试)已知函数  $f(x)=(x-1)\ln x+ax(a\in\mathbf{R})$ .

(1)在  $a=0$  时, 求  $f(x)$  的单调区间;

(2)若  $f(x)>0$  在  $(0, +\infty)$  上恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.