

专题检测（二十一） 函数、导数与不等式

大题专攻强化练

1. (2019·贵州省适应性考试)函数 $f(x)=x-\ln x$, $g(x)=ae^x$.

(1)求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2)求证: 当 $a \geq \frac{1}{e}$ 时, $xf(x) \leq g(x)$.

2. (2019·北京高考)已知函数 $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - x^2 + x$.

(1)求曲线 $y=f(x)$ 的斜率为 1 的切线方程;

(2)当 $x \in [-2, 4]$ 时, 求证: $x-6 \leq f(x) \leq x$;

(3)设 $F(x) = |f(x) - (x+a)| (a \in \mathbf{R})$, 记 $F(x)$ 在区间 $[-2, 4]$ 上的最大值为 $M(a)$. 当 $M(a)$ 最小时, 求 a 的值.

3. 设函数 $f(x) = 2\ln x - mx^2 + 1$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $f(x)$ 有极值时, 若存在 x_0 , 使得 $f(x_0) > m - 1$ 成立, 求实数 m 的取值范围.

4. (2019·武汉市调研测试)已知函数 $f(x)=(x-1)\ln x+ax(a\in\mathbf{R})$.

(1)在 $a=0$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2)若 $f(x)>0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.