

专题检测（十六） 圆锥曲线中的定值、定点、证明问题

大题专攻强化练

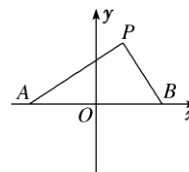
1. (2019·全国卷Ⅲ)已知曲线 $C: y = \frac{x^2}{2}$, D 为直线 $y = -\frac{1}{2}$ 上的动点, 过 D 作 C 的两条切线, 切点分别为 A, B .
- (1)证明: 直线 AB 过定点.
- (2)若以 $E\left(0, \frac{5}{2}\right)$ 为圆心的圆与直线 AB 相切, 且切点为线段 AB 的中点, 求该圆的方程.

2. (2019·济南市学习质量评估) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 右焦点为 F , 且该椭圆过点 $(1, -\frac{\sqrt{3}}{2})$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 当动直线 l 与椭圆 C 相切于点 A , 且与直线 $x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ 相交于点 B 时, 求证: $\triangle FAB$ 为直角三角形.

3.如图, 设点 A, B 的坐标分别为 $(-\sqrt{3}, 0), (\sqrt{3}, 0)$, 直线 AP, BP 相交于点 P , 且它们的斜率之积为 $-\frac{2}{3}$.



(1)求点 P 的轨迹方程;

(2)设点 P 的轨迹为 C , 点 M, N 是轨迹 C 上不同的两点, 且满足 $AP \parallel OM, BP \parallel ON$, 求证: $\triangle MON$ 的面积为定值.

4. (2019·福州市质量检测)已知抛物线 $C_1: x^2=2py(p>0)$ 和圆 $C_2: (x+1)^2+y^2=2$, 倾斜角为 45° 的直线 l_1 过 C_1 的焦点, 且 l_1 与 C_2 相切.

(1)求 p 的值;

(2)动点 M 在 C_1 的准线上, 动点 A 在 C_1 上, 若 C_1 在 A 点处的切线 l_2 交 y 轴于点 B , 设

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$, 求证: 点 N 在定直线上, 并求该定直线的方程.