

专题检测（十五） 圆锥曲线的方程与性质

A 组——“6+3+3”考点落实练

一、选择题

1. (2019·全国卷Ⅱ)若抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点是椭圆 $\frac{x^2}{3p}+\frac{y^2}{p}=1$ 的一个焦点, 则 $p=(\quad)$

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 8

2. 一个焦点为 $(\sqrt{26}, 0)$ 且与双曲线 $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{9}=1$ 有相同渐近线的双曲线方程是 (\quad)

- A. $\frac{y^2}{18}-\frac{x^2}{8}=1$ B. $\frac{x^2}{18}-\frac{y^2}{8}=1$ C. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{10}=1$ D. $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{10}=1$

3. 已知两圆 $C_1: (x-4)^2+y^2=169$, $C_2: (x+4)^2+y^2=9$, 动圆 M 在圆 C_1 内部且与圆 C_1 内切, 与圆 C_2 外切, 则动圆圆心 M 的轨迹方程为 (\quad)

- A. $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{25}=1$ B. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=1$ C. $\frac{x^2}{48}+\frac{y^2}{64}=1$ D. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{48}=1$

4. (2019·全国卷Ⅲ)已知 F 是双曲线 $C: \frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 的一个焦点, 点 P 在 C 上, O 为坐标原点. 若 $|OP|=|OF|$, 则 $\triangle OPF$ 的面积为 (\quad)

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{9}{2}$

5. (2019·石家庄市模拟(一))已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$, 点 F 为左焦点, 点 P 为下顶点, 平行于 FP 的直线 l 交椭圆于 A, B 两点, 且 AB 的中点为 $M\left(1, \frac{1}{2}\right)$, 则椭圆的离心率为 (\quad)

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. (2019·全国卷Ⅱ)设 F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的右焦点, O 为坐标原点, 以 OF 为直径的圆与圆 $x^2+y^2=a^2$ 交于 P, Q 两点. 若 $|PQ|=|OF|$, 则 C 的离心率为 (\quad)

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

二、填空题

7. (2019·北京通州区三模改编)抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的准线与双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 的两条渐近线所围成的三角形的面积为 2, 则 $p=$ _____, 抛物线焦点到双曲线渐近线的距离为_____.

8. 设直线 $l: 2x+y+2=0$ 关于原点对称的直线为 l' , 若 l' 与椭圆 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$ 的交点为 A, B , 点 P 为椭圆上的动点, 则使 $\triangle PAB$ 的面积为 $\frac{1}{2}$ 的点 P 的个数为_____.

9. 已知 $M(x_0, y_0)$ 是双曲线 $C: \frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 上的一点, F_1, F_2 是双曲线 C 的两个焦点. 若 $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2} < 0$, 则 y_0 的取值范围是_____.

三、解答题

10. (2019·长春市质量监测(二)) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的中心是坐标原点 O , 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 设 P 是椭圆 C 上一点, 满足 $PF_2 \perp x$ 轴, $|PF_2| = \frac{1}{2}$, 椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 过椭圆 C 左焦点且倾斜角为 45° 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, 求 $\triangle AOB$ 的面积.

11. (2019·全国卷 I) 已知抛物线 $C: y^2=3x$ 的焦点为 F , 斜率为 $\frac{3}{2}$ 的直线 l 与 C 的交点为 A, B , 与 x 轴的交点为 P .

(1) 若 $|AF|+|BF|=4$, 求 l 的方程;

(2) 若 $\overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{PB}$, 求 $|AB|$.

12. (2019·成都市第二次诊断性检测) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的短轴长为 $4\sqrt{2}$, 离心率为 $\frac{1}{3}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 设椭圆 C 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 左、右顶点分别为 A, B , 点 M, N 为椭圆 C 上位于 x 轴上方的两点, 且 $F_1M \parallel F_2N$, 直线 F_1M 的斜率为 $2\sqrt{6}$, 记直线 AM, BN 的斜率分别为 k_1, k_2 , 求 $3k_1+2k_2$ 的值.

B 组——大题专攻强化练

1. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{1}{3}$, 焦距为 2.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过点 $Q(0, 2)$ 作斜率为 $k (k \neq 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 若 x 轴上的一点 E 满足 $|AE| = |BE|$, 试求出点 E 的横坐标的取值范围.

2. 如图, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F , 右顶点、上顶点分别

为点 A, B , 且 $|AB| = \frac{\sqrt{5}}{2}|BF|$.

(1) 求椭圆 C 的离心率;

(2) 若点 $M(-\frac{16}{17}, \frac{2}{17})$ 在椭圆 C 的内部, 过点 M 的直线 l 交椭圆 C 于 P, Q 两点, M 为线段 PQ 的中点, 且 $OP \perp OQ$, 求直线 l 的方程及椭圆 C 的方程.

