



## 专题检测 (十三) 概 率

### A 组——“6+3+3” 考点落实练

#### 一、选择题

1. (2019·全国卷III) 男女同学各两位随机排成一列, 则两位女同学相邻的概率是( )
- A.  $\frac{1}{6}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$
2. 已知定义在区间  $[-3, 3]$  上的函数  $f(x) = 2^x + m$  满足  $f(2) = 6$ , 在  $[-3, 3]$  上任取一个实数  $x$ , 则使得  $f(x)$  的值不小于 4 的概率为( )
- A.  $\frac{1}{6}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{2}{3}$
3. (2019·广东六校第一次联考) 在区间  $[-\pi, \pi]$  上随机取两个实数  $a, b$ , 记向量  $m = (a, 4b)$ ,  $n = (4a, b)$ , 则  $m \cdot n \geq 4\pi^2$  的概率为( )
- A.  $1 - \frac{\pi}{8}$       B.  $1 - \frac{\pi}{4}$       C.  $1 - \frac{\pi}{5}$       D.  $1 - \frac{\pi}{6}$
4. (2019·成都第一次诊断性检测) 齐王有上等、中等、下等马各一匹; 田忌也有上等、中等、下等马各一匹. 田忌的上等马优于齐王的中等马, 劣于齐王的上等马; 田忌的中等马优于齐王的下等马, 劣于齐王的中等马; 田忌的下等马劣于齐王的下等马. 现从双方的马匹中随机各选一匹进行一场比赛, 若有优势的马一定获胜, 则齐王的马获胜的概率为( )
- A.  $\frac{4}{9}$       B.  $\frac{5}{9}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{7}{9}$
5. 从 4 名男生和 2 名女生中任选 3 人参加某项活动, 则所选的 3 人中女生人数不超过 1 的概率是( )
- A. 0.8      B. 0.6      C. 0.4      D. 0.2
6. 如图(1)所示的风车是一种用纸折成的玩具. 它用高粱秆、胶泥瓣儿和彩纸制成, 是老北京的象征, 百姓称它吉祥轮. 风车现已成为北京春节庙会和节俗活动的文化标志物之一. 图(2)是用 8 个等腰直角三角形组成的风车平面示意图, 若在示意图内随机取一点, 则此点取自阴影部分的概率为( )
- 

图(1)



图(2)
- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{2}{3}$

#### 二、填空题

7. 一个三位自然数的百位、十位、个位上的数字依次为  $a, b, c$ , 当且仅当其中两个数字的和等于第三个数字时称为“有缘数”(如 213, 134 等). 若  $a, b, c \in \{1, 2, 3, 4\}$ , 且  $a,$

$b, c$  互不相同, 则这个三位数为“有缘数”的概率是\_\_\_\_\_.

8. 甲、乙两人在 5 次综合测评中成绩的茎叶图如图所示, 其中一个数字被污损, 记甲、乙的平均成绩分别为  $x_{甲}, x_{乙}$ , 则  $x_{甲} > x_{乙}$  的概率是\_\_\_\_\_.

甲			乙		
4	7	5	8	7	6
9	●	9	2	4	1

9. 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为  $a$ , 在正方体内随机取一点  $M$ , 则点  $M$  落在三棱锥  $B_1-A_1BC_1$  内的概率为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

10. (2019·天津高考) 2019 年, 我国施行个人所得税专项附加扣除办法, 涉及子女教育、继续教育、大病医疗、住房贷款利息或者住房租金、赡养老人等六项专项附加扣除. 某单位老、中、青员工分别有 72, 108, 120 人, 现采用分层抽样的方法, 从该单位上述员工中抽取 25 人调查专项附加扣除的享受情况.

(1) 应从老、中、青员工中分别抽取多少人?

(2) 抽取的 25 人中, 享受至少两项专项附加扣除的员工有 6 人, 分别记为  $A, B, C, D, E, F$ . 享受情况如下表, 其中“○”表示享受, “×”表示不享受. 现从这 6 人中随机

抽取 2 人接受采访.

① 试用所给字母列举出所有可能的抽取结果;

② 设  $M$  为事件“抽取的 2 人享受的专项附加扣除至少有一项相同”, 求事件  $M$  发生的概率.

项目 \ 员工	A	B	C	D	E	F
	子女教育	○	○	×	○	×
继续教育	×	×	○	×	○	○
大病医疗	×	×	×	○	×	×
住房贷款利息	○	○	×	×	○	○
住房租金	×	×	○	×	×	×
赡养老人	○	○	×	×	×	○

11.(2019·安徽五校联盟第二次质检)一汽车厂生产  $A$ ,  $B$ ,  $C$  三类轿车, 每类轿车均有舒适型和标准型两种型号, 某月的产量(单位: 辆)如表:

	$A$ 类轿车	$B$ 类轿车	$C$ 类轿车
舒适型	100	150	$z$
标准型	300	450	600

按类用分层抽样的方法从这个月生产的轿车中抽取 50 辆, 其中有  $A$  类轿车 10 辆.

(1)求  $z$  的值;

(2)用分层抽样的方法从  $C$  类轿车中抽取一个容量为 5 的样本, 将该样本看成一个总体, 从中任取 2 辆, 求至少有 1 辆舒适型轿车的概率;

(3)用随机抽样的方法从  $B$  类舒适型轿车中抽取 8 辆, 经检测它们的得分如下: 9.4, 8.6, 9.2, 9.6, 8.7, 9.3, 9.0, 8.2, 把这 8 辆轿车的得分看成一个总体, 从中任取一个数  $x_i(1 \leq i \leq 8, i \in \mathbf{N})$ , 设样本平均数为  $x$ , 求  $|x_i - x| \leq 0.5$  的概率.

12. 已知二次函数  $f(x) = ax^2 - 4bx + 2$ .

(1) 任取  $a \in \{1, 2, 3\}$ ,  $b \in \{-1, 1, 2, 3, 4\}$ , 记“ $f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上是增函数”为事件  $A$ , 求  $A$  发生的概率.

(2) 任取  $(a, b) \in \{(a, b) | a + 4b - 6 \leq 0, a > 0, b > 0\}$ , 记“关于  $x$  的方程  $f(x) = 0$  有一个大于 1 的根和一个小于 1 的根”为事件  $B$ , 求  $B$  发生的概率.

## B 组——大题专攻强化练

1. 为了从某校甲、乙两名学生中选拔出一名学生参加全国中学生奥林匹克数学竞赛，现对这两名学生以往的若干次数学竞赛成绩进行分析，数据如下：

甲				乙			
6	5	4	2	7	0	1	2
9	5	2	0	8	5	7	8
				6	5	9	0

(1) 请你从这两名学生的数学成绩的平均水平和稳定性角度

进行分析，判断应选择哪名学生参加竞赛；

(2) 请你通过该组数据中甲、乙两名学生的数学成绩在  $x-s$  与  $x+s$  之间的概率大小进行选择，请给出你的选择结果；

(3) 按照第(1)问的选取标准，为了迎接竞赛，学校决定对所选学生以往的若干次数学竞赛试卷进行分析，每位老师负责分析其中的两张试卷，求陈老师为该生分析的数学试卷分数都在 88 分以上的概率.

参考数据： $\sqrt{67.44} \approx 8.2$ ， $\sqrt{64.624} \approx 8.0$ ， $\sqrt{62.44} \approx 7.9$ ， $\sqrt{75.44} \approx 8.7$ .

2.(2019·济南市学习质量评估)某企业生产了一种新产品,在推广期邀请了 100 位客户试用该产品,每人一台.试用一个月之后进行回访,由客户先对产品性能作出“满意”或“不满意”的评价,再让客户决定是否购买该试用产品(不购买则可以免费退货,购买则仅需付成本价).经统计,决定退货的客户人数占总人数的一半,“对性能满意”的客户比“对性能不满意”的客户多 10 人,“对性能不满意”的客户中恰有 $\frac{2}{3}$ 选择了退货.

(1)请完成下面的  $2 \times 2$  列联表,并判断是否有 99% 的把握认为“客户购买产品与对产品性能满意之间有关”?

	对性能满意	对性能不满意	总计
购买产品			
不购买产品			
总计			

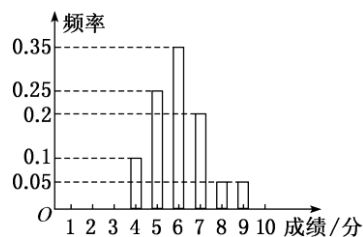
(2)该企业为了改进产品性能,现从“对性能不满意”的客户中按是否购买产品进行分层抽样,随机抽取 6 位客户进行座谈.座谈后安排了抽奖环节,共有 4 张奖券,奖券上分别印有 200 元、400 元、600 元和 800 元字样,抽到奖券可获得相应奖金.6 位客户有放回地进行抽取,每人随机抽取一张奖券,求 6 位客户中购买产品的客户人均所得奖金不少于 500 元的概率.

附:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a + b + c + d$ ,

$P(K^2 \geq k_0)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010
$k_0$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

3.(2019·江西省五校协作体试题)某市组织高三全体学生参加计算机操作比赛,成绩为 1 至 10 分,随机调阅了 A, B 两所学校各 60 名学生的成绩,得到样本数据如下:

A 校样本数据条形图



B 校样本数据统计表

成绩/分	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数/个	0	0	0	9	12	21	9	6	3	0

- (1)计算两校样本数据的均值和方差,并根据所得数据进行比较;
- (2)从 A 校样本数据中成绩分别为 7 分、8 分和 9 分的学生中按分层抽样方法抽取 6 人,若从抽取的 6 人中任选 2 人参加更高一级的比赛,求这 2 人成绩之和大于或等于 15 分的概率.

4.(2019·湖南省湘东六校联考)某企业为了参加上海的进博会,大力研发新产品,为了对新研发的一批产品进行合理定价,将该产品按事先拟定的价格进行试销,得到一组销售数据 $(x_i, y_i)(i=1, 2, \dots, 6)$ , 如表所示:

试销单价 $x$ /元	4	5	6	7	8	9
产品销量 $y$ /件	$q$	84	83	80	75	68

已知  $y = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 y_i = 80$ . (1)求  $q$  的值;

(2)已知变量  $x, y$  具有线性相关关系, 求产品销量  $y$ (件)关于试销单价  $x$ (元)的线性回归方程  $y = \hat{b}x + \hat{a}$

(3)用  $\hat{y}_i$  表示用正确的线性回归方程得到的与  $x_i$  对应的产品销量的估计值, 当  $|\hat{y}_i - y_i| \leq 1$  时, 将销售数据 $(x_i, y_i)$ 称为一个“好数据”, 现从 6 个销售数据中任取 2 个, 求抽取的 2 个销售数据中至少有一个是“好数据”的概率.

$$\text{参考公式: } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$