

专题检测 (十一) 空间位置关系的判断与证明

A 组——“6+3+3” 考点落实练

一、选择题

1. 已知 E, F, G, H 是空间四点, 命题甲: E, F, G, H 四点不共面, 命题乙: 直线 EF 和 GH 不相交, 则甲是乙成立的()
- A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. (2019·福州市第一学期抽测)已知 m 为一条直线, α, β 为两个不同的平面, 则下列说法正确的是()

- A. 若 $m \perp \alpha, \alpha \parallel \beta$, 则 $m \perp \beta$ B. 若 $m \perp \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $m \parallel \beta$
C. 若 $m \parallel \alpha, \alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel \beta$ D. 若 $m \parallel \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $m \perp \beta$

3. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $|AB| = \sqrt{2}|BB_1|$, 则 AB_1 与 BC_1 所成角的大小为()
- A. 30° B. 60° C. 75° D. 90°

4. (2019·长沙市统一模拟考试)设 a, b, c 表示不同直线, α, β 表示不同平面, 下列命题:

- ①若 $a \parallel c, b \parallel c$, 则 $a \parallel b$; ②若 $a \parallel b, b \parallel a$, 则 $a \parallel a$;
③若 $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$, 则 $a \parallel b$; ④若 $a \subset \alpha, b \subset \beta, \alpha \parallel \beta$, 则 $a \parallel b$.

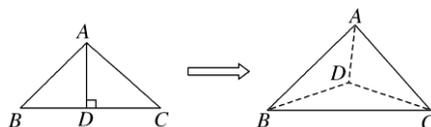
真命题的个数是()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 如图, 以等腰直角三角形 ABC 的斜边 BC 上的高 AD 为折痕, 把 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 折成互相垂直的两个平面后, 某学生得出下列四个结论:

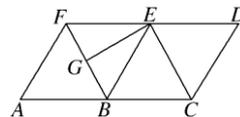
- ① $BD \perp AC$;
② $\triangle BAC$ 是等边三角形;
③ 三棱锥 $D-ABC$ 是正三棱锥; ④ 平面 $ADC \perp$ 平面 ABC . 其中正确的结论是()

- A. ①②④ B. ①②③ C. ②③④ D. ①③④



6. (2019·湖南省湘东六校联考)一个正四面体的侧面展开图如图所示, G 为 BF 的中点, 则在正四面体中, 直线 EG 与直线 BC 所成角的余弦值为()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{33}}{6}$



二、填空题

7. (2019·北京高考)已知 l, m 是平面 α 外的两条不同直线. 给出下列三个论断: ① $l \perp m$;

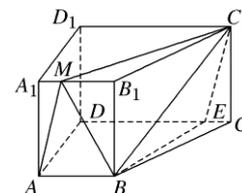
② $m \parallel \alpha$; ③ $l \perp \alpha$. 以其中的两个论断作为条件, 余下的一个论断作为结论, 写出一个正确的命题: _____.

8. 若 P 为矩形 $ABCD$ 所在平面外一点, 矩形对角线的交点为 O , M 为 PB 的中点, 给出以下四个命题: ① $OM \parallel$ 平面 PCD ; ② $OM \parallel$ 平面 PBC ; ③ $OM \parallel$ 平面 PDA ; ④ $OM \parallel$ 平面 PBA . 其中正确的个数是_____.

9. (2018·全国卷II) 已知圆锥的顶点为 S , 母线 SA, SB 所成角的余弦值为 $\frac{7}{8}$, SA 与圆锥底面所成角为 45° , 若 $\triangle SAB$ 的面积为 $5\sqrt{15}$, 则该圆锥的侧面积为_____.

三、解答题

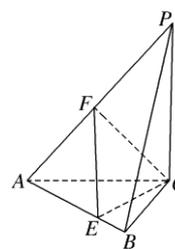
10. 如图, 侧棱与底面垂直的四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是梯形, $AB \parallel CD, AB \perp AD, AA_1=4, DC=2AB, AB=AD=3$, 点 M 在棱 A_1B_1 上, 且 $A_1M = \frac{1}{3}A_1B_1$. 已知点 E 是直线 CD 上的一点, $AM \parallel$ 平面 BC_1E .



- (1) 试确定点 E 的位置, 并说明理由;
- (2) 求三棱锥 $M-BC_1E$ 的体积.

11. (2019·石家庄市模拟一) 如图, 已知三棱锥 $P-ABC$ 中, $PC \perp AB, \triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形, $PB=4, \angle PBC=60^\circ$.

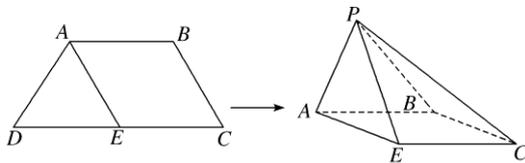
- (1) 证明: 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC ;
- (2) 设 F 为棱 PA 的中点, 在 AB 上取点 E , 使得 $AE=2EB$, 求三棱锥 $F-ACE$ 与四棱锥 $C-PBEF$ 的体积之比.



12. (2019·东北四市联合体模拟一)如图, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD=AB=BC=1$, $CD=2$, E 为 CD 的中点, 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 折到 $\triangle APE$ 的位置.

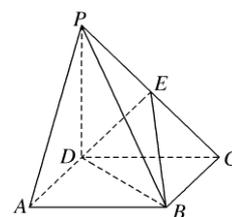
(1)证明: $AE \perp PB$;

(2)当四棱锥 $P-ABCE$ 的体积最大时, 求点 C 到平面 PAB 的距离.



B 组——大题专攻强化练

1. (2019·昆明市诊断测试)如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是平行四边形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $AD=BD=6$, $AB=6\sqrt{2}$, E 是棱 PC 上的一点.



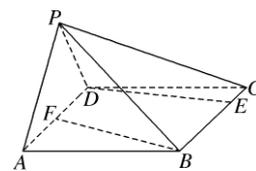
(1)证明: $BC \perp$ 平面 PBD ;

(2)若 $PA \parallel$ 平面 BDE , 求 $\frac{PE}{PC}$ 的值;

(3)在(2)的条件下, 三棱锥 $P-BDE$ 的体积是 18, 求点 D 到平面 PAB 的距离.

2. (2019·郑州市第二次质量预测)如图,四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形,

$\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, $\triangle PAD$ 是等边三角形, F 为 AD 的中点, $PD \perp BF$.



(1)求证: $AD \perp PB$.

(2)若 E 在线段 BC 上,且 $EC = \frac{1}{4}BC$,能否在棱 PC 上找到一点

G ,使平面 $DEG \perp$ 平面 $ABCD$? 若存在,求出三棱锥 $D-CEG$ 的体积;若不存在,请说明理由.