

专题检测（七） 三角恒等变换与解三角形

A 组——“6+3+3”考点落实练

一、选择题

1. (2019·开封市定位考试) 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\alpha$ 的值为()

A. $-\frac{7}{9}$ B. $\frac{7}{9}$ C. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{1}{3}$
2. (2019·长春市质量监测一) 函数 $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin x$ 的最大值为()

A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $2\sqrt{3}$ D. 4
3. (2019·长春市质量监测一) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b = a \cos C + \frac{1}{2}c$, 则角 A 等于()

A. 60° B. 120° C. 45° D. 135°
4. (2019·江西七校第一次联考) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b = a\left(\cos C + \frac{\sqrt{3}}{3}\sin C\right)$, $a = 2$, $c = \frac{2\sqrt{6}}{3}$, 则角 $C =$ ()

A. $\frac{3\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{4}$
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $\frac{c}{b} < \cos A$, 则 $\triangle ABC$ 为()

A. 钝角三角形 B. 直角三角形 C. 锐角三角形 D. 等边三角形
6. (2018·南昌一模) 已知台风中心位于城市 A 东偏北 α (α 为锐角) 的 150 千米处, 以 v 千米/时沿正西方向快速移动, 2.5 小时后到达距城市 A 西偏北 β (β 为锐角) 的 200 千米处, 若 $\cos \alpha = \frac{3}{4} \cos \beta$, 则 $v =$ ()

A. 60 B. 80 C. 100 D. 125

二、填空题

7. (2019·全国卷 II) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $b = 6$, $a = 2c$, $B = \frac{\pi}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.
8. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $A = \frac{\pi}{3}$, $\frac{3\sin^2 C}{\cos C} = 2\sin A \sin B$, 且 $b = 6$, 则 $c =$ _____.
9. (2019·洛阳市统考) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 a, b, c 成等比

数列, 且 $\tan B = \frac{3}{4}$, 则 $\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan C}$ 的值是_____.

三、解答题

10.(2018·全国卷 I)在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $AB = 2$, $BD = 5$.

(1)求 $\cos \angle ADB$;

(2)若 $DC = 2\sqrt{2}$, 求 BC .

11.(2019·重庆市学业质量调研) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\triangle ABC$

的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}ac \cos B$, 且 $\sin A = 3 \sin C$.

(1)求角 B 的大小;

(2)若 $c = 2$, AC 的中点为 D , 求 BD 的长.

12.(2019·全国卷 I) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 设 $(\sin B - \sin C)^2 = \sin^2 A - \sin B \sin C$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $\sqrt{2}a + b = 2c$, 求 $\sin C$.

B 组——大题专攻强化练

1.(2019·江西七校第一次联考) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c , 且 $a^2 - (b - c)^2 = bc$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $f(x) = \sin(2x + A)$, 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后又向上平移了 2 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 求函数 $g(x)$ 的解析式及单调递减区间.

2. 已知在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $a \sin A \cos C + c \sin A \cos A - \sqrt{3} b \cos A = 0$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $4\sqrt{3}$, 且 b, a, c 成等差数列, 求 $\triangle ABC$ 的内切圆的半径.

3. (2019·武汉部分学校调研) 已知锐角三角形 ABC 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,

$$\sin^2 B = \sin^2 A + \sin^2 C - \sqrt{3} \sin A \sin C.$$

(1) 求 B 的大小;

(2) 求 $\sin A + \cos C$ 的取值范围.

4.(2019·洛阳尖子生第二次联考)如图,在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC$ 为锐角, $AD \perp BD$,

AC 平分 $\angle BAD$, $BC=2\sqrt{3}$, $BD=3+\sqrt{6}$, $\triangle BCD$ 的面积 $S=\frac{3(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2}$.

(1)求 CD ; (2)求 $\angle ABC$.

